

B05-102

Beräkningsexempel för strukturrepons Stållram

Författare: Morgan Johansson. Ansvarig utgivare: Björn Ekengren

1 Orientering	1
1.1 Samlingsdokument	1
1.2 Om detta dokument	1
2 Förutsättningar	2
3 Verkande last	2
4 Struktur	4
4.1 Beskrivning	4
4.2 Lastfall som bör kontrolleras	5
4.3 Dynamisk respons	6
4.3.1 Global och lokal respons	6
4.3.2 Omvandling till enfrihetsgradssystem	7
4.3.3 Last-tidssamband	10
4.4 Resultat	12
4.5 Jämförelse med numerisk beräkning	13

1 Orientering

1.1 Samlingsdokument

För allmän information om MSB:s kunskapsdokument i serien Beräkning av impulsbelastade konstruktioner, se dokument B01-101. Där ges bland annat övergripande bakgrund, en sammanfattande beteckningslista samt referenser. För en förteckning av utgivna och kommande dokument i serien hänvisas till dokument B01-102.

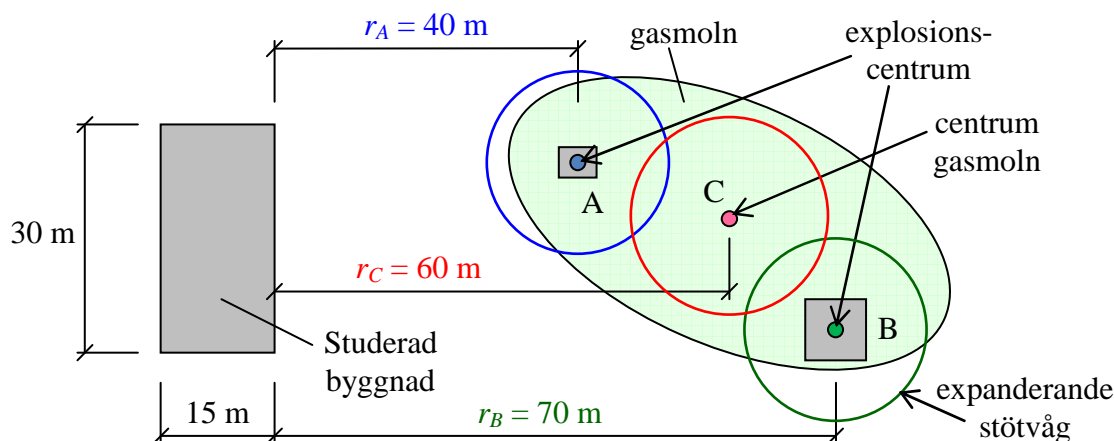
1.2 Om detta dokument

I detta dokument illustreras ett exempel på hur en explosionslast mot en byggnad vars strukturella system består av en stållram behandlas. Anvisningarna ger inga anspråk på att utgöra heltäckande kontrollberäkningar utan syftar enbart till att exemplifiera hur dessa kan utföras för en sådan typ av konstruktion. Någon kapacitetskontroll av studerad stållram illustreras inte i detta exempel.

Teoretisk bakgrund för här utförda beräkningar behandlas i Johansson och Laine (2012c) och en sammanställning av beräkningsanvisningar ges i dokument B03-101. Lastdata har hämtats från dokument B04-103.

2 Förutsättningar

Ett vätgasmoln har läckt ut och täcker in ett område enligt Figur 2.1. Gasmolnet täcker in två områden, område A och B, där en initiering av en kraftig explosion bedöms kunna ske. Effekten av en potentiell explosion på en närliggande byggnad kontrolleras.



Figur 2.1 Geometri hos utsläppt gasmoln samt omgivande byggnader. En kraftfull gas-explosion kan initieras i område A och B medan C representerar en svag explosion av resterande gas i molnet. Kontrollberäkning görs för närliggande byggnad.

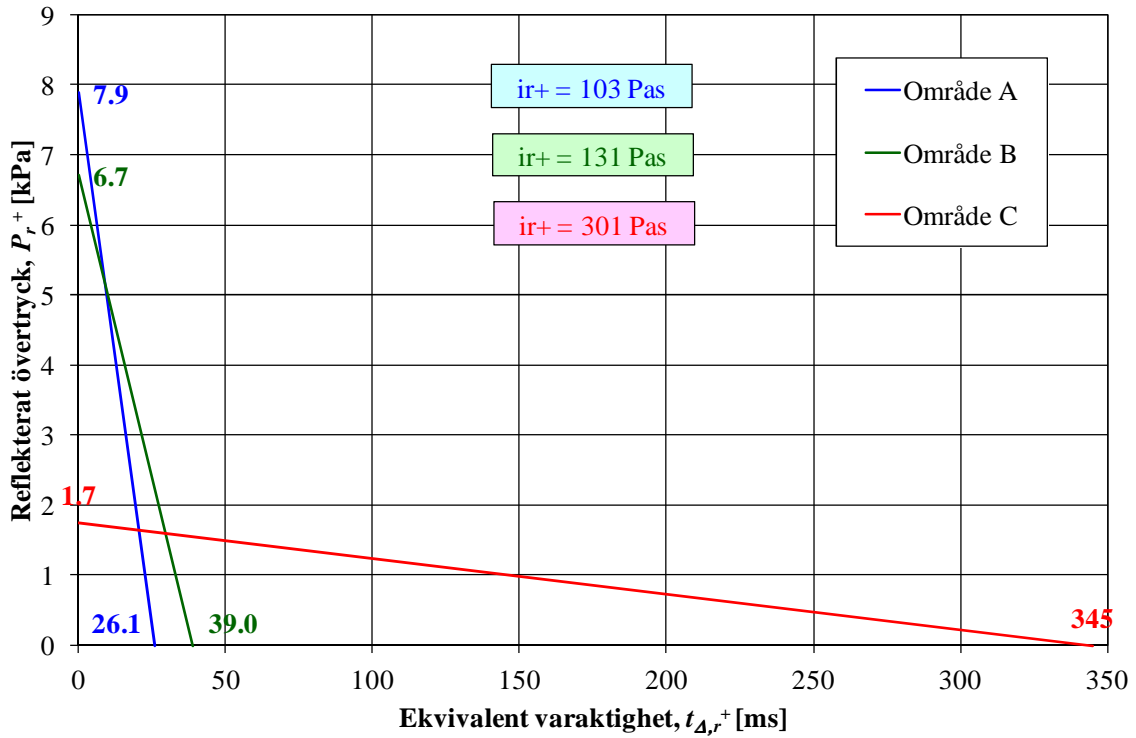
3 Verkande last

Kontroll av stålram görs för tre olika laster, A till C, med olika kombinationer på energiinnehåll, explosionsstyrka samt avstånd. Den verkande lasten bestäms i dokument B04-103 och sammanställs i Tabell 3.1 samt illustreras i Figur 3.1.

Tabell 3.1 Övertryck, varaktighet och impulstäthet för oreflekerad och reflekterad stötvåg för explosionsfall illustrerade i Figur 2.1.

Explosions- område	Oreflekerad stötvåg			Reflekterad stötvåg		
	P_s^+ [kPa]	$t_{\Delta,s}^+$ [ms]	i_s^+ [Pas]	P_r^+ [kPa]	$t_{\Delta,r}^+$ [ms]	i_r^+ [Pas]
A	3,9	26,2	51	7,9	26,1	103
B	3,3	39,2	65	6,7	39,0	131
C	0,86	345	150	1,7	345	301

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

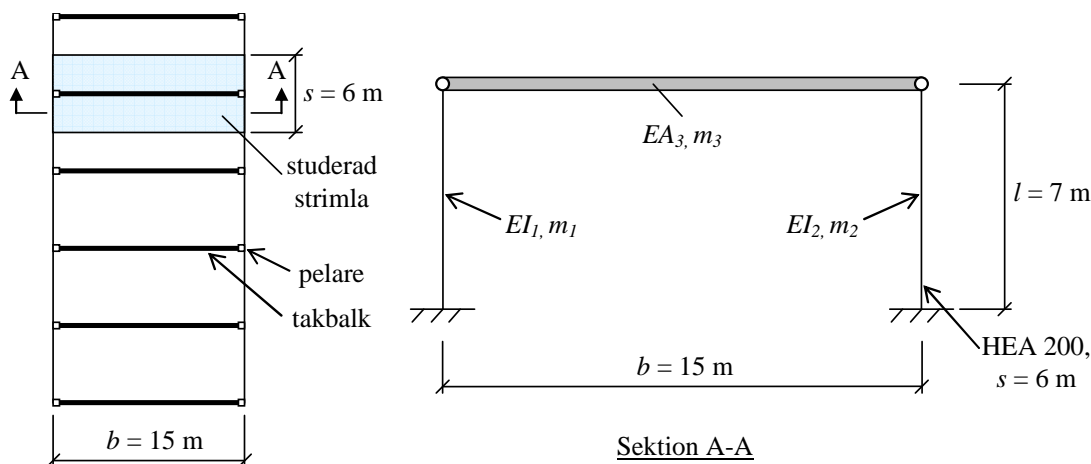


Figur 3.1 Resultande tryck-tidssamband, genererad av explosion i område A, B och C, för reflekterad stötvåg som verkar mot studerad byggnad i Figur 2.1.

4 Struktur

4.1 Beskrivning

Utgående från laster presenterade i avsnitt 3 görs i detta avsnitt en beräkning av den strukturella responsen hos belastad byggnad i Figur 2.1. En sektion av denna byggnad visas i Figur 4.1 och av detta framgår att byggnaden är uppbyggd som en ram med fast inspända pelare i grunden och en ledad infästning till takbalken.



Figur 4.1 Plan och sektion hos belastad byggnad. Studerad strimla är markerad.

Tabell 4.1 Parametrar av intresse hos ramsektion i Figur 4.1. Ruta markerad med "-" innebär att detta värde inte används i här utförda beräkningar.

Nr	Konstruktionsdel	E [GPa]	A [m ²]	I [10 ⁻⁶ m ⁴]	l [m]	b [m]	s [m]	m ²⁾ [kg]
1	Främre pelare	210	-	37	7,0	-	6,0	2 400
2	Bakre pelare	210	-	37	7,0	-	6,0	2 400
3	Takbalk	-	∞ ¹⁾	-	-	15,0	6,0	6 000

¹⁾ Syftar på att takbalkens axialstyvhet är mycket styv i jämförelse med pelarnas böjstyvhet.

²⁾ Anger total massa. I detta ingår även massan av vägg (för pelare) eller tak (för balk) över en sträcka motsvarande strimlans bredd på $s = 6,0$ m.

4.2 Lastfall som bör kontrolleras

Vid explosionslast mot en byggnad enligt Figur 2.1 erfordras flera olika kontroller. Nedan ges en övergripande sammanfattning av de saker som behöver kontrolleras:

- Ramkonstruktion
 - Global kontroll av den bärande stommen för reflekterat tryck i stötvågens huvudriktning
 - Global kontroll av den bärande stommen för oreflekterat tryck i lastens sekundärriktning
- Främre vägg
 - lokal kontroll av pelare för reflekterat tryck
 - lokal kontroll av väggens bärning mellan pelare för reflekterat tryck
 - lokal kontroll av pelare för global respons av ramkonstruktion (knäckning)
- Bakre vägg
 - lokal kontroll av pelare för oreflekterat tryck
 - lokal kontroll av väggens bärning mellan pelare för oreflekterat tryck
 - lokal kontroll av pelare för global respons av ramkonstruktion (knäckning)
- Sidovägg
 - lokal kontroll av pelare för oreflekterat tryck
 - lokal kontroll av väggens bärning mellan pelare för oreflekterat tryck
 - lokal kontroll av pelare för global respons av ramkonstruktion (knäckning)
- Tak
 - lokal kontroll av takbalk för oreflekterat tryck
 - lokal kontroll av takets bärning mellan takbalkar för oreflekterat tryck
 - lokal kontroll av takbalk för global respons av ramkonstruktion (knäckning)

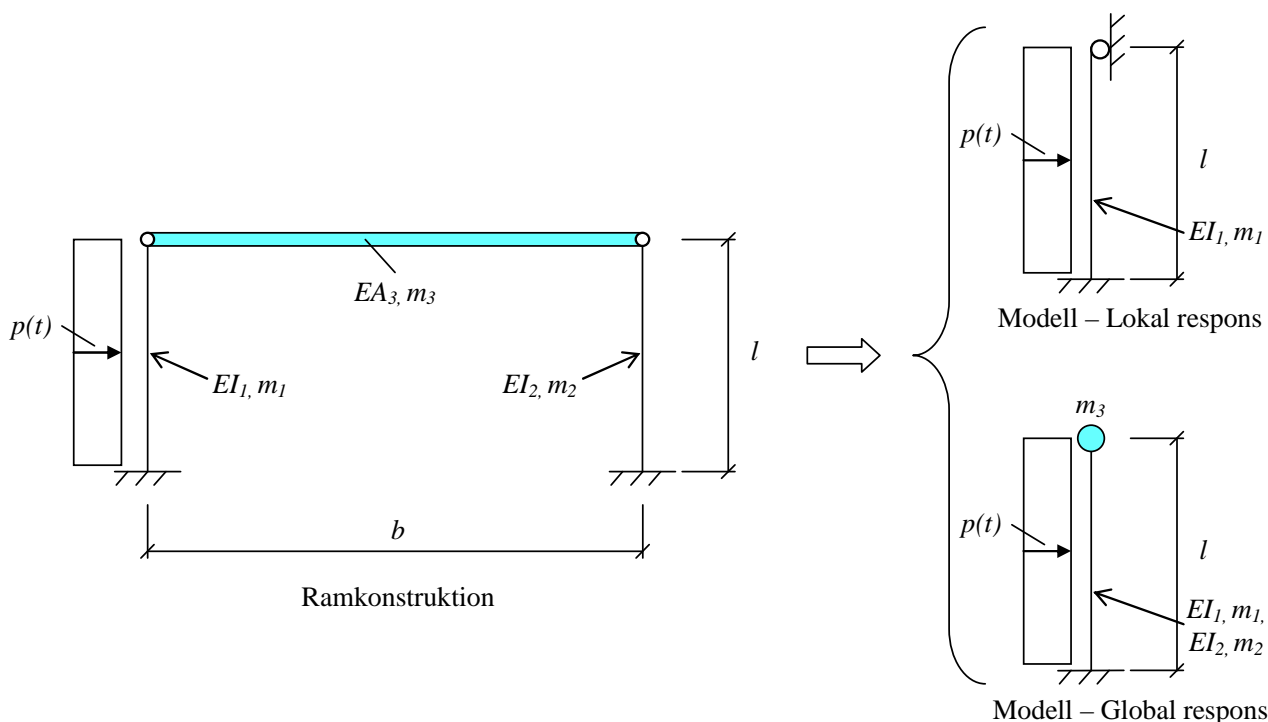
Av ovanstående är det för studerad byggnad rimligt att den lokala kontrollen av den främre pelaren är kritisk. Anledningen till detta är dels att lasten här är störst men även för att den ingående massan i denna del är förhållandevis liten – en kombination som medför en stor belastning.

I följande avsnitt görs en lokal kontroll av dynamisk respons hos den främre pelaren. Vidare utförs även en global kontroll av ramkonstruktionen för att därigenom illustrera denna, något mer komplicerade, beräkningsgång. I beräkningarna förutsätts att byggnadens vägg klarar av att föra in lasten till ramkonstruktionen. Att så är fallet är inte självklart men behandlas inte mer ingående här.

4.3 Dynamisk respons

4.3.1 Global och lokal respons

Eftersom belastningen vid en explosion sker så snabbt krävs det en uppdelning i en lokal och en global modell för att kunna beskriva den totala dynamiska responsen hos en ram enligt Figur 4.1. Den lokala modellen syftar till att beskriva den initiala responsen hos den främre pelaren och den globala delen syftar till att beskriva samverkan som råder mellan den främre och bakre pelaren via deras gemensamma koppling till takbalken. En förenkling av en ramkonstruktion till två balkmodeller görs så som illustreras i Figur 4.2.



Figur 4.2 Uppdelning av ram enligt Figur 4.1 i två modeller för lösning av dynamisk respons med en enfrihetsgradsmodell – en för lokal respons i främre pelaren och en för global respons i ramen.

Av detta framgår att den lokala modellen förenklas så att enbart den främre pelaren ingår men att randvillkoren för pelarens topp betraktas som ett ledat stöd. Anledningen till denna förenkling är att takbalken i belastningens inledningsskede endast kommer få en i sammanhanget liten förskjutning och därför fungera som ett sådant stöd, med följd att utböjningsformen för den främre pelaren kommer att motsvara den för en balk med det valda randvillkoret. I den globala modellen används ramens randvillkor för pelaren, fast inspänning i botten men utan stöd i toppen. Styvheten och massan för den främre och bakre pelaren slås dock samman medan massan för takbalken placeras i pelarens topp.

Skillnad i randvillkor samt takbalkens bidragande massa medför att responsen i modellen för lokal respektive global respons kommer att skilja sig betänkligt. Denna skillnad i respons medför också att den pålagda lasten kommer ha olika effekter på konstruktionen.

4.3.2 Omvandling till enfrihetsgradssystem

Kontroll av byggnad utförs här utgående från ett enfrihetsgradssystem, vilket innebär att last samt egenskaper hos studerade konstruktionsdelar omvandlas till ett sådant system. Den dynamiska grundekvationen för en odämpad balk kan uttryckas som

$$\kappa_m m_b \ddot{u} + \kappa_k k_b u = \kappa_F F_b(t) \quad (4.1)$$

där m_b , k_b och F_b är balkens massa, styvhet och last medan κ_m , κ_k och κ_F är deras respektive transformationsfaktorer för omvandling till ett enfrihetsgradssystem, och med användning av att

$$\kappa_k = \kappa_F \quad (4.2)$$

kan ekvation (4.1) skrivas om som

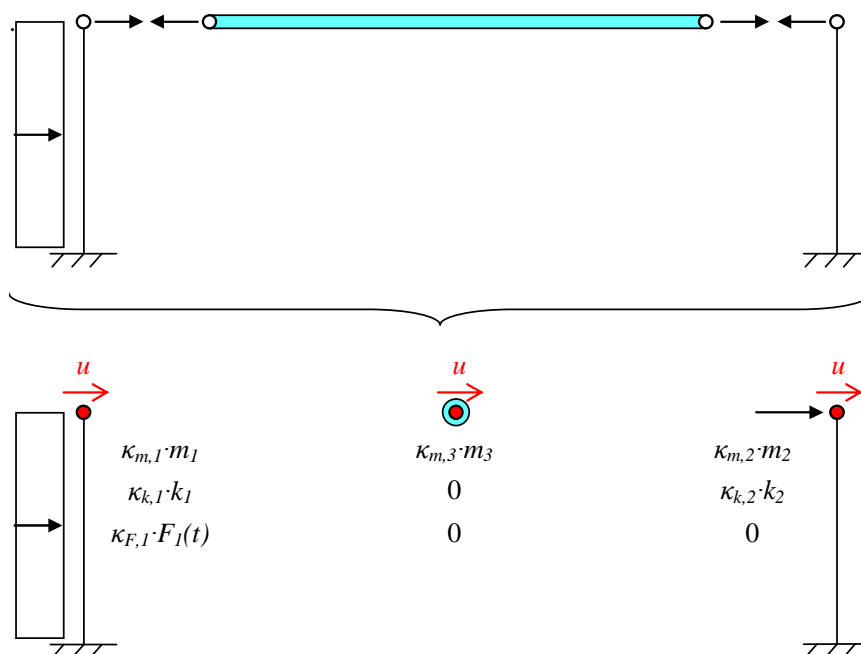
$$\frac{\kappa_m}{\kappa_F} m_b \ddot{u} + k_b u = F_b(t) \quad (4.3)$$

För en ramkonstruktion blir detta samband dock mer komplicerat än för en balk och det är inte längre möjligt att direkt använda uttrycket i ekvation (4.3). Istället behöver den dynamiska grundekvationen i ekvation (4.1) för ett sådant system tecknas som summan av bidrag från flera konstruktionsdelar, dvs.

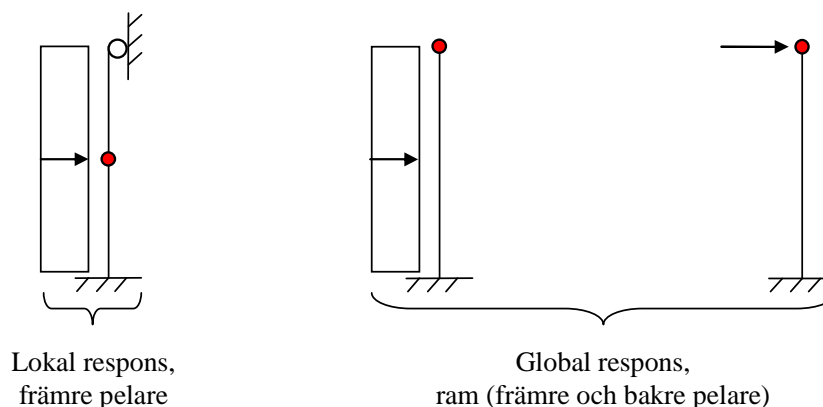
$$\sum_{i=1}^n (\kappa_m m_b)_i \ddot{u} + \sum_{i=1}^n (\kappa_k k_b)_i u = \sum_{i=1}^n (\kappa_F F_b(t))_i \quad (4.4)$$

där i anger nummer på konstruktionsdel och n är antal konstruktionsdelar. För här studerad ramkonstruktion, illustrerad i Figur 4.3, finns tre konstruktionsdelar: främre pelare ($i = 1$), bakre pelare ($i = 2$) samt takbalk ($i = 3$). För ramen utgör förskjutningen u i pelartopp en gemensam parameter för samtliga konstruktionsdelar. Utgående från internt kraftspel i ramen inses även att den på den bakre pelaren verkande lasten utgörs av en punktlast, dvs. den last som överförs in i den främre pelaren, via takbalken, till toppen av den bakre pelaren. Detta medför således att den globala responsen i den främre och bakre pelaren inte är identiska.

Beräkning av impulsbelastad konstruktion



Figur 4.3 Kraftspel mellan ramens olika konstruktionsdelar samt resulterande elementarfall för framtagning av transformationsfaktorer. Röd punkt visar placering av systempunkt i de olika konstruktionsdelarna där förskjutningen u är densamma.



Figur 4.4 Sammanfattning av pelarnas elementarfall vid lokal respons (främre pelaren) respektive vid global respons av hela ramen (främre och bakre pelare). Röd punkt markerar placering av systempunkt.

I Figur 4.4 sammanfattas pelarnas elementarfall för lokal respektive global respons. Transformationsfaktorer och styvhet för pelare baseras på dessa elementarfall och sammanfattas tillsammans med aktuella massor i Tabell 4.2.

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

Styvheten beräknas, med I från Tabell 4.1, och fås för lokal respons hos den främre pelaren som

$$k = \frac{192EI}{l^3} = \frac{192 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 37 \cdot 10^{-6}}{7^3} = 4349 \text{ kN/m} \quad (4.5)$$

På samma sätt fås för global respons hos den främre pelaren

$$k_1 = \frac{8EI}{l^3} = \frac{8 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 37 \cdot 10^{-6}}{7^3} = 181 \text{ kN/m} \quad (4.6)$$

och för global respons hos den bakre pelaren

$$k_2 = \frac{3EI}{l^3} = \frac{3 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 37 \cdot 10^{-6}}{7^3} = 68 \text{ kN/m} \quad (4.7)$$

Takbalken bidrar inte med någon styvhet till systemet och dess transformationsfaktor κ_m för massan blir 1,000 eftersom hela balken rör sig med förskjutningen u vid belastning.

Tabell 4.2 Transformationsfaktorer κ_m och κ_F samt massa m och styvhet k för ramens konstruktionsdelar enligt Figur 4.4 för bestämning av dess globala respons.

i	Fall	Konstruktionsdel	κ_m [-]	m [kg]	$\kappa_k = \kappa_F$ [-]	k [kN/m]
-	Lokal respons	Främre pelare	0,483	2 400	0,600	4 349
1	Global respons	Främre pelare	0,257	2 400	0,400	181
2		Bakre pelare	0,236	2 400	1,000	68
3		Takbalk	1,000	6 000	-	-

Med värden enligt Tabell 4.2 insatt i ekvation (4.3) fås för lokal respons i den främre pelaren att

$$\frac{0,483}{0,600} \cdot 2400 \cdot \ddot{u} + \frac{0,600}{0,600} \cdot 4349 \cdot 10^3 \cdot u = F_b(t) \quad (4.8)$$

$$1932 \cdot \ddot{u} + 4349 \cdot 10^3 \cdot u = F_b(t) \quad (4.9)$$

och för global respons i ramen fås vid insättande av värden i ekvation (4.4)

$$(0,257 \cdot 2400 + 0,236 \cdot 2400 + 1,000 \cdot 6000) \cdot \ddot{u} + (0,400 \cdot 181 + 1,000 \cdot 68 + 0) \cdot 10^3 \cdot u = 0,400 \cdot F_{b,1}(t) \quad (4.10)$$

$$(1542 + 1416 + 15000) \cdot \ddot{u} + (181 + 170) \cdot 10^3 \cdot u = F_{b,1}(t) \quad (4.11)$$

$$17958 \cdot \ddot{u} + 351 \cdot 10^3 \cdot u = F_{b,1}(t) \quad (4.12)$$

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

Utgående från detta kan egenskaperna hos ett enfrihetsgradssystem svarande mot lokal respektive global respons sammanfattas enligt Tabell 4.3, där vinkelfrekvens ω , frekvens f samt period T beräknas som

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.13)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (4.14)$$

$$T = \frac{1}{f} \quad (4.15)$$

Tabell 4.3 Sammanfattning av egenskaper hos enfrihetsgradssystem beskrivande ramens lokala respektive globala respons vid en explosionsbelastning.

Fall	m [kg]	k [kN/m]	ω [rad/s]	f [Hz]	T [s]
Lokal respons	1 932	4 349	47,4	7,6	0,132
Global respons	17 958	351	4,4	0,70	1,421

Av detta framgår att det är stora skillnader i dynamiska egenskaper för lokal och global respons, något som också får betydande inverkan på effekten från en angripande explosionslast.

4.3.3 Last-tidssamband

Utgående från reflekterade lastvärden i Tabell 3.1 där

$$P_1 = P_r^+ \quad (4.16)$$

$$t_1 = t_{\Delta,r}^+ \quad (4.17)$$

$$i_1 = \frac{P_1 \cdot t_1}{2} \quad (4.18)$$

samt dimensioner på betraktad ramstrimla

$$A = l \cdot s = 7 \cdot 6 = 42 \text{ m}^2 \quad (4.19)$$

kan resulterande tryck-tidssamband tas fram som

$$F_1 = P_1 \cdot A \quad \rightarrow \quad F_{1,A} = 7,9 \cdot 42 = 331 \text{ kN} \quad (4.20)$$

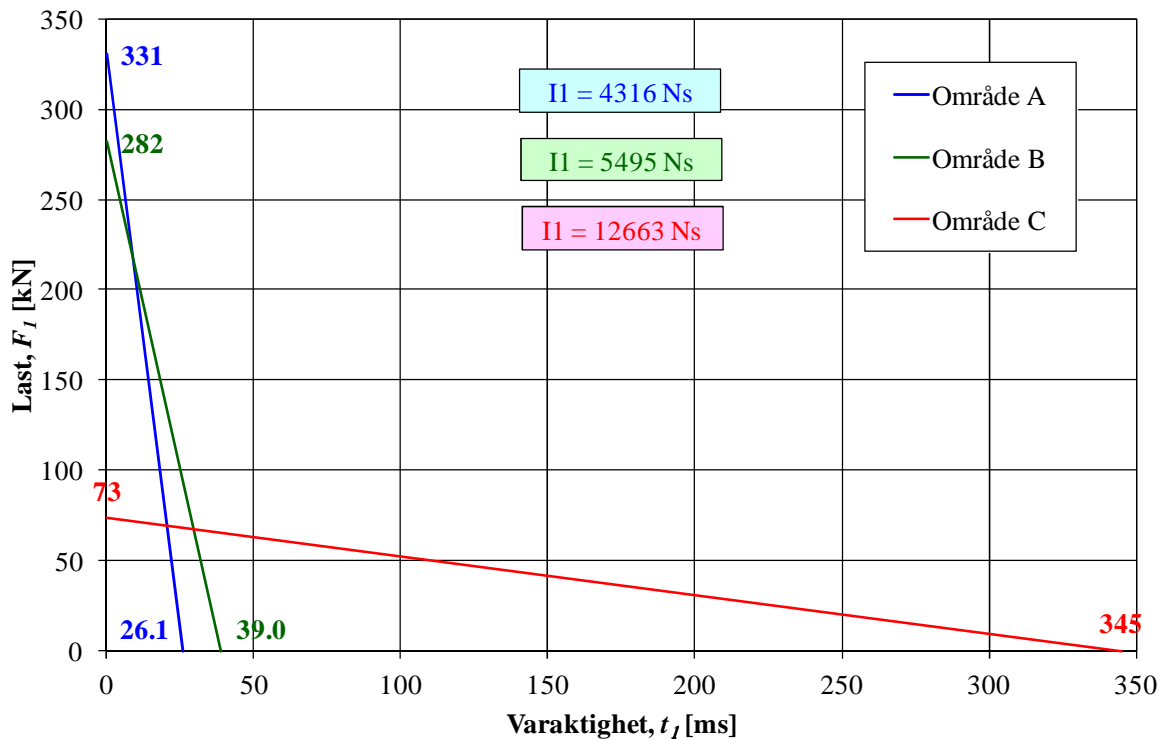
$$I_1 = \frac{F_1 \cdot t_1}{2} \quad \rightarrow \quad I_{1,A} = \frac{331 \cdot 26,1}{2} = 4320 \text{ Ns} \quad (4.21)$$

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

Lastvärden för explosion i område A, B och C sammanfattas i Tabell 4.4 och utgående från detta kan resulterande förskjutning u i systempunkt bestämmas.

Tabell 4.4 Sammanställning av last som verkar på ramkonstruktion.

Explosions- område	P_I [kPa]	t_I [ms]	i_I [Pas]	A [m ²]	F_I [kN]	t_I [ms]	I_I [Ns]
A	7,9	26,1	103	42	331	26,1	4 320
B	6,7	39,0	131	42	282	39,0	5 500
C	1,7	345	301	42	73	345	12 600



Figur 4.5 Resultande last-tidssamband, genererad av explosion i område A, B och C, för kontroll av dynamisk respons hos studerad ram i Figur 4.2.

4.4 Resultat

För en dynamisk last motsvarande en karakteristisk impulslast kan förskjutningen i ett system med elastiskt respons bestämmas som

$$u_{el,k} = \frac{I_k}{m\omega} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} u_{el,k,A} &= \frac{4320}{1932 \cdot 47,4} = 0,047 \text{ m} = 47 \text{ mm} \quad (\text{lokal respons}) \\ u_{el,k,A} &= \frac{4320}{17958 \cdot 4,4} = 0,055 \text{ m} = 55 \text{ mm} \quad (\text{global respons}) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Detta är en konservativ uppskattning av förskjutningen och förutsätter att aktuellt last-tidssamband kan betraktas som en karakteristisk impulslast. Om så inte är fallet kommer resulterande förskjutning att minska. För att kontrollera vilken inverkan last-tidssambandet har kontrolleras kvoten mellan systemets period T och lastens varaktighet t_I

$$\left(\frac{T}{t_1}\right)_A = \frac{132}{26,1} = 5,1 \quad (\text{lokal respons}) \quad (4.23)$$

$$\left(\frac{T}{t_1}\right)_A = \frac{1421}{26,1} = 54 \quad (\text{global respons}) \quad (4.24)$$

mot tabellerade samband i dokument B03-101 för att få fram värdet på impulsfaktorn γ_I . Med ett last-tidssamband motsvarande $n = 1$ (triangulär lastpuls) fås av detta att $\gamma_I \approx 1,04$ för lokal respons och $\gamma_I \approx 1,00$ för global respons. Dvs. för den globala responsen kan $F_A(t)$ betraktas som en karakteristisk impulslast medan den för den lokala responsen egentligen genererar en något mindre förskjutning

$$u_{el} = \frac{I_1/\gamma_I}{m\omega} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} u_{el,A} &= \frac{4320/1,04}{1932 \cdot 47,4} = 0,045 \text{ m} = 45 \text{ mm} \quad (\text{lokal respons}) \\ u_{el,A} &= \frac{4320/1,00}{17958 \cdot 4,4} = 0,055 \text{ m} = 55 \text{ mm} \quad (\text{global respons}) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Motsvarande ekvivalenta utbredda statiska last kan nu beräknas som

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{ku_{el}}{A} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} q_A &= \frac{4349 \cdot 0,045}{42} = 4,7 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{lokal respons}) \\ q_A &= \frac{351 \cdot 0,055}{42} = 0,46 \text{ kN/m}^2 \quad (\text{global respons}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Av detta framgår att den ekvivalenta statiska lasten mot den främre pelarens lokala respons är cirka en faktor tio gånger större än vad motsvarande last är för den globala responsen. Vidare kan dessa resultat jämföras med maximalt tryck på $P_{I,A} = 7,9 \text{ kN/m}^2$, varvid lastfaktorn β kan bestämmas som

$$\beta = \frac{q}{P} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \beta_A &= \frac{4,7}{7,9} = 0,59 \quad (\text{lokal respons}) \\ \beta_A &= \frac{0,46}{7,9} = 0,06 \quad (\text{global respons}) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Beräkning av impulsbelastad konstruktion

I Tabell 4.5 sammanställs de delresultat som redovisas i ekvation (4.22) till (4.27) för lokal och global respons vid belastning enligt Tabell 4.4. Av detta framgår att störst ekvivalent statisk last q fås vid lokal respons av den främre pelaren för gasexplosion i område B. För den bakre pelaren (global respons) fås dock störst ekvivalent statisk last för gasexplosion i område C.

Det är värt att poängtera att den mest kritiska lastsituationen för studerad ram, varken för lokal eller global respons, inte uppstår för det fall där övertrycket är som störst, dvs. explosion i område A. För lokal respons blir inte heller den största impulsen, dvs. last av explosion i område C, kritisk. Dessa resultat belyser att det enbart genom att titta på de aktuella lastvärdena, utan koppling till studerad struktur, inte är möjligt att säkert säga vilken dynamisk last som kommer vara mest kritisk.

Tabell 4.5 Sammanställning av delresultat för resulterande förskjutning, ekvivalent statisk last samt lastfaktor β , jämför ekvation (4.22) till (4.27).

Fall	Explosions- område	$u_{el,1}$ [mm]	T/t_I [-]	γ_I [-]	u_{el} [mm]	q [kN/m ²]	β [-]
Lokal respons	A	47,1	5,1	1,04	45,3	4,7	0,60
	B	60,0	3,4	1,10	54,5	5,6	0,84
	C	138	0,38	4,60	30,1	3,1	1,78
Global respons	A	54,6	54,7	1,00	54,6	0,5	0,06
	B	69,5	36,6	1,00	69,5	0,6	0,09
	C	160	4,14	1,07	150	1,3	0,72

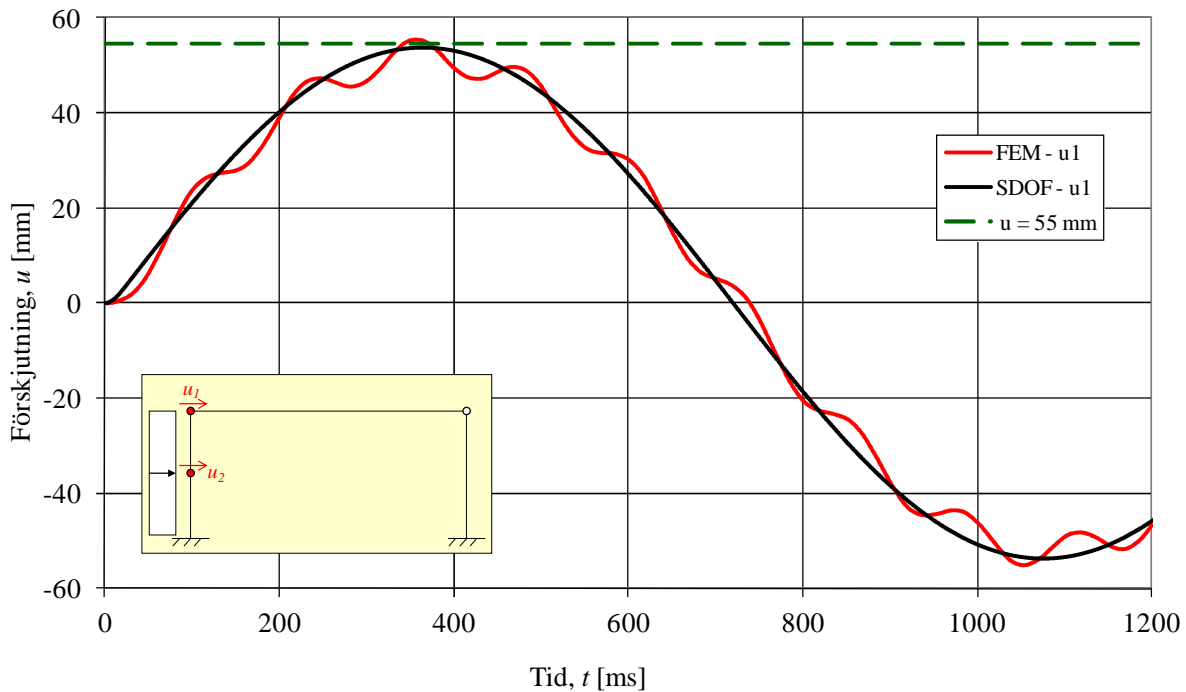
De ekvivalenta statiska laster som ges i Tabell 4.5 kan nu användas för att bestämma snittkrafter i den främre pelaren utgående från en statisk last. För den bakre pelaren är det möjligt att ett mer farligt belastningsfall erhålls av den oreflekterade stötvåg som kan verka där. Denna kontroll utförs dock inte i detta beräkningsexempel.

4.5 Jämförelse med numerisk beräkning

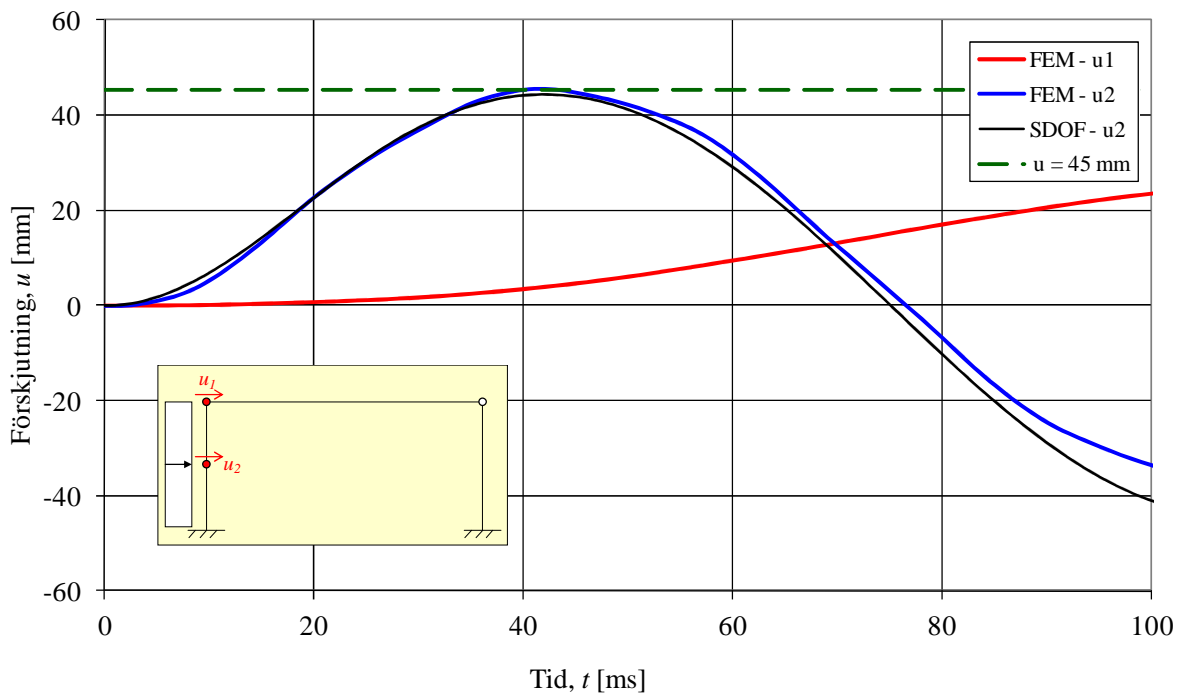
En jämförelse mellan de i avsnitt 4.3.3 beräknade förskjutningarna för ram med lokal och global respons jämförs i detta avsnitt med lösning av enfrihetsgradssystem (SDOF) via central differensmetod samt med ett flerfrihetsgraderssystem av en ram i en finit elementanalys (FE-analys). Jämförelse görs här enbart för last-tidssamband av en gasexplosion i område A och resulterande föstskjutnings-tidssamband visas i Figur 4.6 och Figur 4.7 för ramens globala respektive lokala respons. Av detta framgår att det råder en god överensstämmelse mellan FE-analys och numerisk SDOF-analys. Vidare kan konstateras att den maximala förskjutning som bestämts i avsnitt 4.3.3 också stämmer bra överens med de maximalförskjutningar som fås i FE-analys.

Av Figur 4.7 framgår att maximal förskjutning i den främre pelaren fås efter tiden $t \approx 45$ ms och att förskjutningen i pelartoppen vid den här tidpunkten är mindre än 5 mm. Detta visar riktigheten i att för den lokala responsen låsa horisontell translation av pelartoppen eftersom det kommer ta ett tag innan denna sätts i rörelse. I Figur 4.8 framgår ramens utböjningsform vid olika tidpunkter och av detta kan noteras att den främre pelaren svänger fram och tillbaka i sin egen takt medan ramen globalt uppvisar en mycket långsammare rörelse.

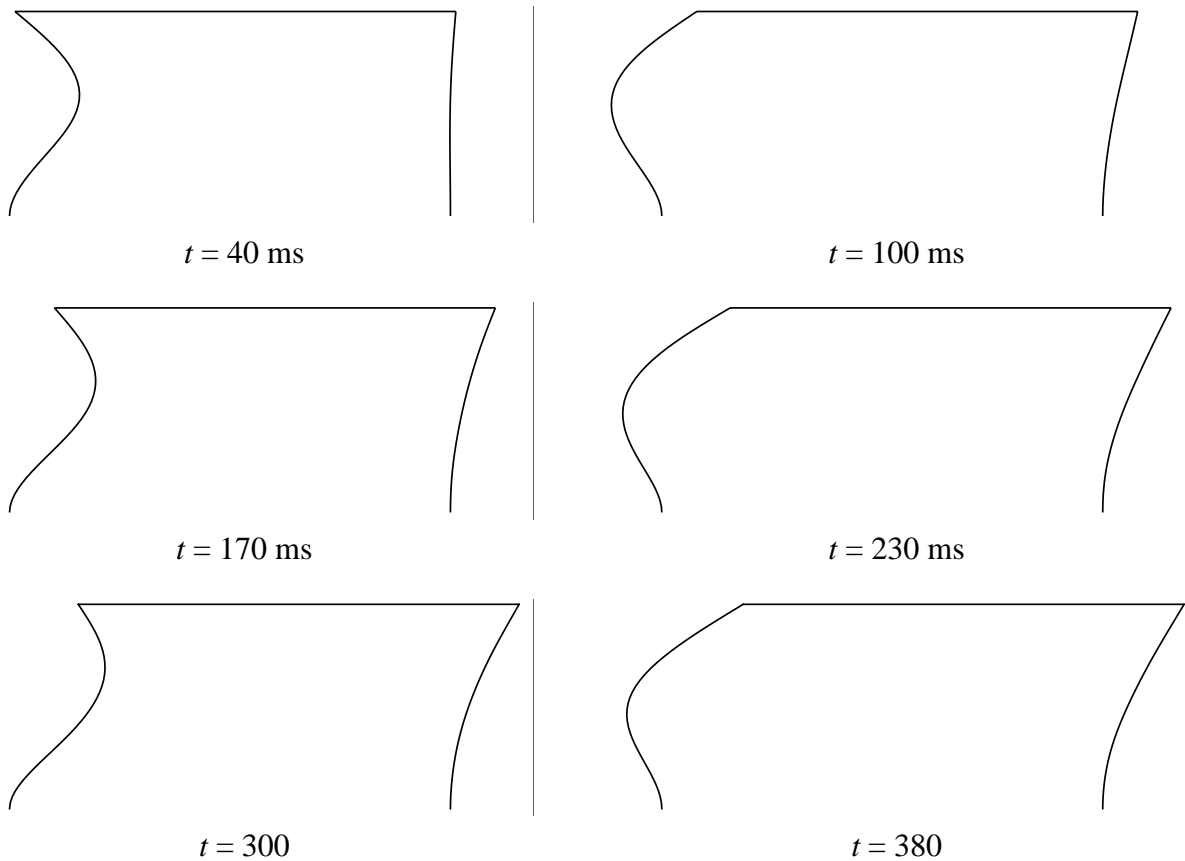
Beräkning av impulsbelastad konstruktion



Figur 4.6 Jämförelse av förskjutning u_1 i ram vid belastning av reflekterat tryck från explosion i område A för olika beräkningsmetoder.



Figur 4.7 Jämförelse av förskjutning u_2 i ram vid belastning av reflekterat tryck från explosion i område A för olika beräkningsmetoder. Förskjutning u_1 visas som jämförelse.



Figur 4.8 Utböjningsform (förstoringsfaktor = 50) av ram vid olika tidpunkter. Maximal lokal förskjutning $u_{2,max}$ i mitten av främre pelaren fås vid tiden $t \approx 45$ ms och den maximala förskjutningen i pelartopp $u_{1,max}$ fås vid tiden $t \approx 360$ ms.